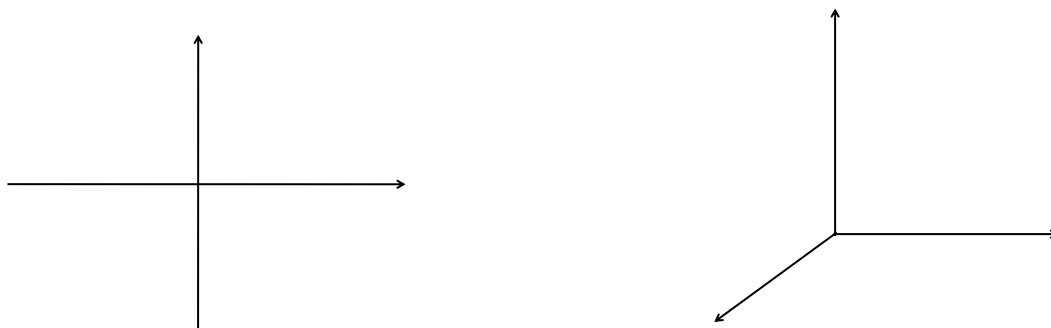


空间向量

一 空间向量



1.空间向量的运算法则与平面向量类同.

(1) 点 $A(x_1, y_1, z_1), B(x_2, y_2, z_2)$, 则 $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$.

(2) $\vec{a} = (x_1, y_1, z_1), \vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$ 的数量积: $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$

(3) 若 $\vec{a} = (x, y, z)$, $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a}^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

2. 方向向量、法向量.

(1) 与直线平行或重合的向量叫做这条直线的方向向量.

(2) 与平面垂直的向量叫做这个平面的法向量.

二 向量法解立体几何问题

1.证平行与垂直 (设直线的方向向量为 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \dots$, 平面的法向量为 $\mathbf{m}, \mathbf{n}, \dots$)

	平行	垂直
线线		
线面		
面面		

2.求空间的角

(1) 线线角 $[0, 90^\circ]$

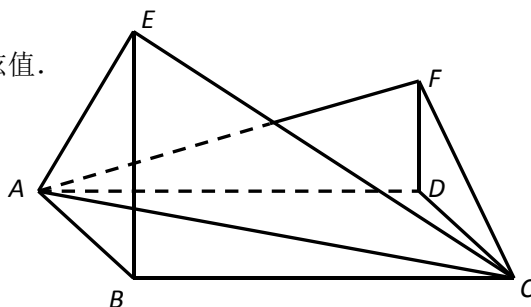
(2) 线面角 $[0, 90^\circ]$

(3) 二面角 $[0, 180^\circ]$

例 1. 如图, 四边形 $ABCD$ 为菱形, $\angle ABC = 120^\circ$, E, F 是平面 $ABCD$ 同一侧的两点, $BE \perp$ 平面 $ABCD$, $DF \perp$ 平面 $ABCD$, $BE = 2DF$, $AE \perp EC$.

(1)证明: 平面 $AEC \perp$ 平面 AFC ;

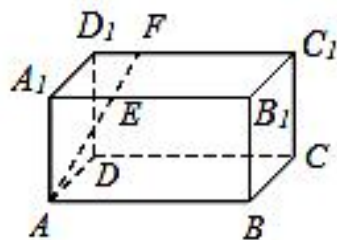
(2)求直线 AE 与直线 CF 所成角的余弦值.



例 2 如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中 $AB=16$ ， $BC=10$ ， $AA_1=8$ ，点 F 在 D_1C_1 上， $A_1E=D_1F=4$ 。过 E ， F 的平面 α 与此长方体的面相交，交线围成一个正方形。

(I) 在图中画出这个正方形 (不必说出画法和理由)

(II) 求直线 AF 与平面 α 所成角的正弦值



例 3. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，且 $\angle BAP = \angle CDP = 90^\circ$

(1) 证明：平面 $PAB \perp$ 平面 PAD ；

(2) 若 $PA=PD=AB=DC$ ， $\angle APD = 90^\circ$ ，求二面角 $A-PB-C$ 的余弦值。

