

第3章 集合/逻辑

第1章 集合

一 集合的定义

一般地,把研究对象统称元素(element),把一些元素组成的总体叫做集合(set)(简称集)

例如 ①1~20 以内的所有素数;

②所有的正方形;

③不等式 $x-3 < 7$ 实数解;

二 集合的元素

1.集合元素的性质: ①确定性②互异性③无序性

注: 构成两个集合的元素是一样的, 称集合相等;

2.元素与集合的关系

①通常用大写拉丁字母 A,B,C.....记集合, 用小写拉丁字母 a, b, c.....记元素.

②a 是 A 的元素, 记作 $a \in A$, 读作 a 属于 (belong to) 集合 A;

A 不是 A 的元素, 记作 $a \notin A$, 读作 a 不属于 (not belong to) 集合 A;

注: 常见数集: **R、Q、Z、N、N***.

三 集合的表示: 例举法、描述法

例 1.用例举法和描述法表示下列集合.

①方程 $x^2-2=0$ 的实数根组成的集合;

②由大于 10 小于 20 的所有整数组成的集合;

③一次函数 $y=x+3$ 与 $y=-x+5$ 的图像的交点组成的集合.

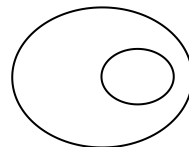
四 集合间的关系

对于集合 A、B, 如果集合 A 中的任意一个元素都是集合 B 的元素, 我们就说这两个集合有包含关系, 称集合 A 是集合 B 的子集(subset).

记作 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$.读作“A 含于 B 或 B 包含 A”

若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, 则 $A=B$.

若 $A \subseteq B$ 且 $A \neq B$, 则 A 是 B 的真子集, 记作: _____.



注 1: 不含任何元素的集合叫做空集(empty set), 空集符号为 \emptyset , 并规定: 空集是任何集合的子集.

注 2: $\{a\} \subseteq A$ 与 $a \in A$ 的区别.

例 1 写出集合 $\{a, b\}$ 的所有子集, 并指出真子集.

集合 $\{a, b, c\}$ 的子集个数为_____.

例 2 用适当的符号填空

$\{0\}$ _____ N , 0 _____ N , \emptyset _____ Q , 空集 _____ $\{\emptyset\}$.

五 集合的运算

$A=\{1,2,3\}$, $B=\{2,3,4\}$, $U=\{1,2,3,4,5\}$

1. 并集 $A \cup B = \{x|x \in A, \text{ 或 } x \in B\}$.

2. 交集 $A \cap B = \{x|x \in A, \text{ 且 } x \in B\}$.

3. 补集 $\complement_U A = \{x|x \in U, \text{ 且 } x \notin A\}$.

例 1. $A = \{x|x < -2\}$, $B = \{y|-2 \leq y < 2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

例 2. $A = \{x|x=2n+1, n \in Z\}$, $B = \{x|x=n+1, n \in Z\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

例 3. 表示出无理数集_____; 表示出分数集_____.

例 4.已知全集 $U = \{\text{小于 } 10 \text{ 的正整数}\}$, $A \subseteq U$, $B \subseteq U$, 且 $(\complement_U A) \cap B = \{1, 8\}$, $A \cap B = \{2, 3\}$, $\complement_U A \cap \complement_U B = \{4, 6, 9\}$, 集合 $A =$ _____, 集合 $B =$ _____.

第2章 简易逻辑

一 四种命题

二 充分条件与必要条件

三 全称量词与存在量词

一 四种命题

原命题 若 p 则 q	逆命题 若 q 则 p
否命题 若 $\neg p$ 则 $\neg q$	逆否命题 若 $\neg q$ 则 $\neg p$

注1: 否命题与逆命题也是逆否关系, 原命题与逆否命题真假性相同.

注2: 命题否定与否命题的区别.

例1 写出函数零点存在性定理的逆命题, 否命题, 逆否命题.并判断其真假性.

原命题: $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的的图像是连续不断的曲线, 并且有 $f(a) \cdot f(b) < 0$, 那么 $f(x)$ 在区间 (a, b) 有零点.

二 充分条件与必要条件

1. 若 $p \Rightarrow q$, 则称 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件.

2. $p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$, 即 $p \Leftrightarrow q$, 称 p 是 q 的充要条件.

例1 已知集合 $A = \{x | x \text{ 满足条件 } p\}$, $B = \{x | x \text{ 满足条件 } q\}$.

(1) 如果 $A \subseteq B$, 那么 p 是 q 的什么条件?

(2) 如果 $B \subseteq A$, 那么 p 是 q 的什么条件?

(3) 如果 $A=B$, 那么 p 是 q 的什么条件?

三 全称量词与存在量词

1. “所有的”、“任意一个”在逻辑中通常叫全称量词 (universal quantifier), 并用符号“ \forall ”表示.含有全称量词的命题叫做全称命题.

2. “存在 y 一个”、“至少有一个”在逻辑中通常叫存在量词 (existential quantifier), 用符号“ \exists ”表示.含有存在量词的命题叫做特称命题.

例1 判断下列命题的真假, 并写出其否定形式.

(1) $\forall x \in \mathbb{R}, e^x > 0$.

(2) $\exists x_0 \in \mathbb{R}$, 使 $x^2 - x + 1 = 0$.

