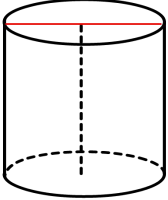
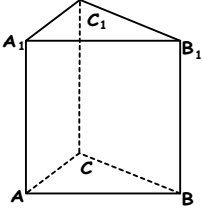
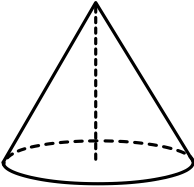
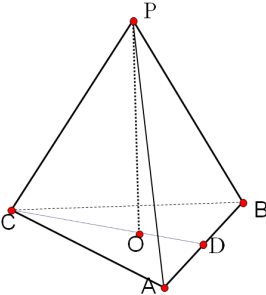
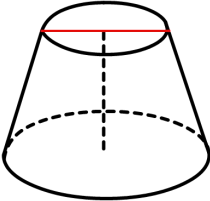
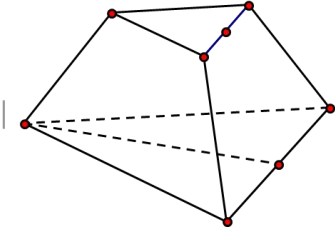
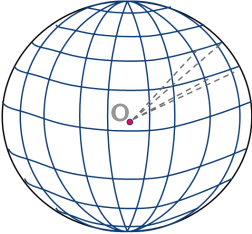
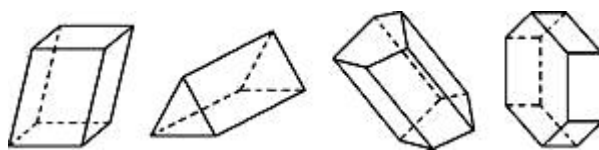


立体几何

一 空间几何体

	旋转体（代表图）	多面体（代表图）
柱体		
	表面积： 体积：	
椎体		
	表面积： 体积：	
台体		
	表面积： 体积：	
球		
	表面积： 体积：	

例 1. 下列几何体中, 柱体有()

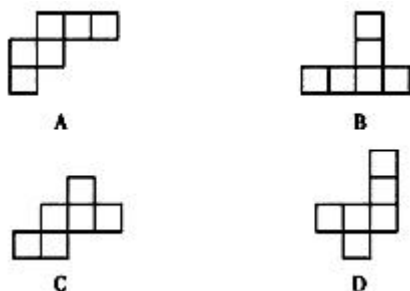


- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

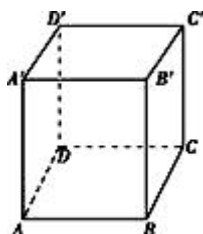
例 2. $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三边长分别为 3、4、5, 绕着其中一边所在直线旋转得到圆锥, 对所有的可能, 下面描述不正确的是()

- A. 是底面半径为 3 的圆锥 B. 是底面半径为 4 的圆锥
C. 是底面半径为 5 的圆锥 D. 是母线长为 5 的圆锥

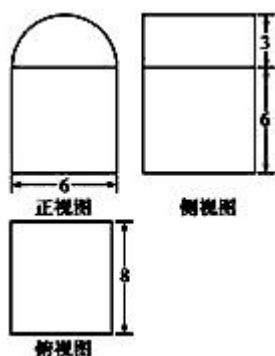
例 3. 如图, 下列四个平面图形中, 每个小四边形皆为正方形, 其中可以沿两个正方形的相邻边折叠成一个正方体的图形是()



例 4. 如下图所示, 在长方体中, $AB=2\text{ cm}$, $AD=4\text{ cm}$, $AA'=3\text{ cm}$, 则在长方体表面上连接 A, C' 两点的所有曲线的长度的最小值为_____.

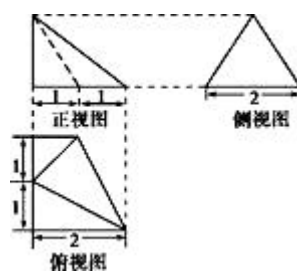


例 5. 已知某个几何体的三视图如下图所示(正视图的弧线是半圆), 根据图中标出的数据, 这个几何体的体积是()



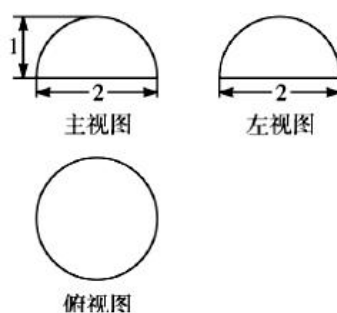
- A. $288+36\pi$ B. 60π C. $288+72\pi$ D. $288+18\pi$

例 6. 一个四棱锥的三视图如图所示，侧视图是等边三角形，该四棱锥体积等于()

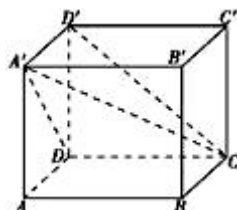


- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $6\sqrt{3}$

例 7. 某几何体的三视图如图所示，则其表面积为_____.

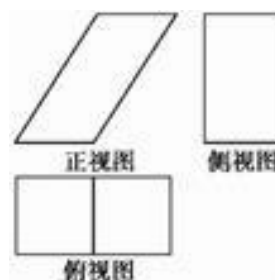


例 8. 如下图，在长方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中，用截面截下一个棱锥 $C-A'DD'$ ，则棱锥 $C-A'DD'$ 的体积与剩余部分的体积之比为_____.



例 9. 一个几何体的三视图如图所示. 已知正视图是底边长为 1 的平行四边形，侧视图是一个长为 $\sqrt{3}$ ，宽为 1 的矩形，俯视图为两个边长为 1 的正方形拼成的矩形.

- (1) 求该几何体的体积 V ;
(2) 求该几何体的表面积 S .



二.四条公理

公理 1 如果一条直线上的两点在某一平面内，那么这条直线在这个平面内.

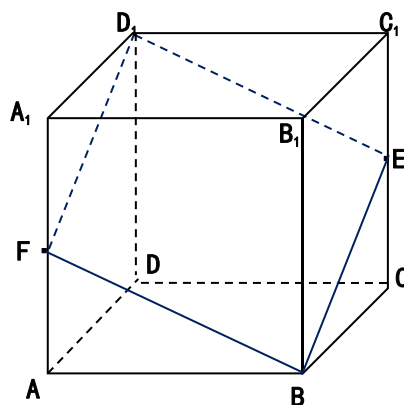
公理 2 过不共线的三点，有且只有一个平面.

例 判断下列说法是否正确.

- (1)经过三点确定一个平面
- (2)一点和一条直线确定一个平面
- (3)四边形确定一个平面
- (4)两两相交的三条直线确定一个平面
- (5)首尾相接的四条线段一定在同一个平面内
- (6)两条相交直线确定一个平面
- (7)经过两条平行线有且只有一个平面
- (8)两两相交且不共点的三条直线确定一个平面

公理 3 如果两个不重合的平面有一个公共点，那么它们有且只有一条过该点的公共直线.

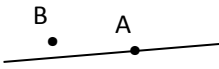

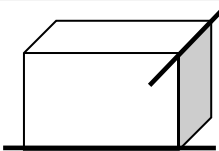
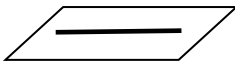
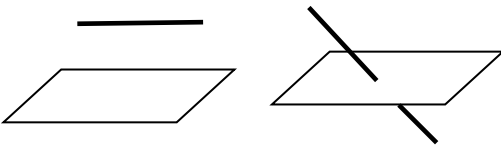
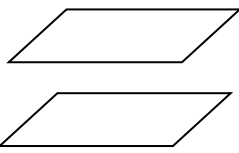
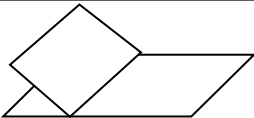
例 如图，E、F 分别为正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱 CC_1 和 AA_1 的中点，试说明平面 BED_1F 与平面 $ABCD$ 有交线，并画出它们的交线.



公理 4 平行于同一条直线的两条直线互相平行. (空间里平行线的传递性)

定理 空间中如果两个角的两边分别对应平行，那么这两个角相等或互补.

三.点、线、面关系

位置关系		
点与线/面	属于/不属于 $A \in l, B \notin l$	
线与线	共面	
	异面	
线与面	线在面内 $a \subset \alpha$	
	线在面外 $a \not\subset \alpha$	
面与面	平行 $\alpha // \beta$	
	相交 $\alpha \cap \beta = l$	

四. 空间的角

异面直线的夹角 $(0^\circ, 90^\circ]$; 线面角 $[0^\circ, 90^\circ]$, 二面角 $[0, 180^\circ]$

例 1.如图正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,

直线 AC 与直线 BA_1 所成的角大小为_____.

BD_1 与底面 $ABCD$ 所成角的余弦值为_____.

二面角 A_1-B_1A-C 的正弦值为_____.

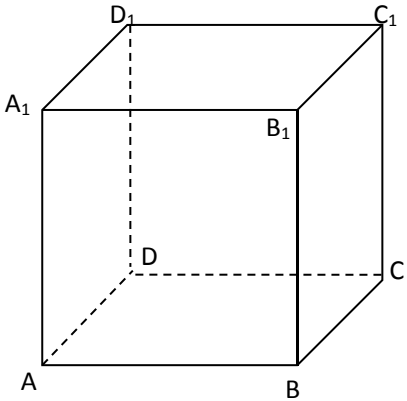
例 2.用平面去截一个正方体, 截面图形可以

是_____.

- ①三角形 ②四边形 ③五边形 ④六边形

例 3.长方体的长宽高分别为 3,2,1, 则这个长方体外

接球的表面积是_____.



五.平行的判定与性质

【线面平行判定定理】

定理 平面外一条直线与此平面内的一条直线平行，则该直线与此平面平行.

几何语言

图形语言

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow l // \alpha$$

例 1、判断下列说法是否正确

- (1)如果一条直线与一个平面平行，那么这条直线与平面内任意一条直线平行
- (2)过平面外一点有且只有一条直线与平面平行
- (3)一条直线上两点到一个平面的距离相等，则这条直线平行这个平面
- (4)一条直线平行一个平面，则这条直线上任意两点到平面的距离相等.
- (5)若直线 l 平行于平面 α 内无数条直线，则 $l // \alpha$.
- (6)若直线 $a // b$ ，直线 $b \subset \alpha$ ，则 $a // \alpha$.

【面面平行判定定理】

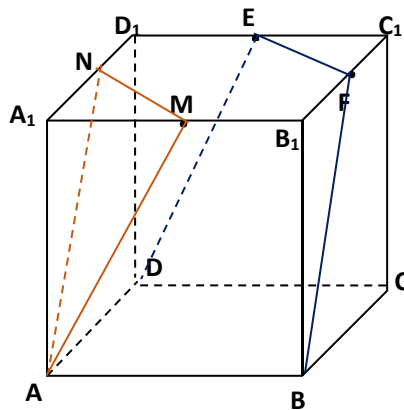
定理 一个平面内的两条相交直线与另一个平面平行，则这两个平面平行.

几何语言

图形语言

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Rightarrow \beta // \alpha$$

例 1.如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，N、M、E、F 分别是对应棱的中点.求证：平面 $AMN //$ 平面 $EFDB$.



【直线与平面平行的性质】

定理 一条直线与一个平面平行，则过这条直线的任一平面与此平面的交线与该直线平行.

几何语言

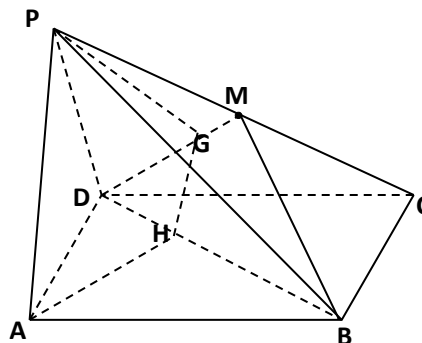
图形语言

$$\left. \begin{array}{l} a // \alpha \\ a \subset \beta \\ \alpha \cap \beta = b \end{array} \right\} \Rightarrow a // b$$

例 1 下列说法正确的是 () 多选

- A. 一条直线如果和一个平面平行，它就和这个平面内的无数条直线平行；
- B. 一条直线和一个平面平行，它就和这个平面内任何直线无公共点；
- C. 过直线外一点有且仅有一个平面和已知直线平行；
- D. 如果直线 l 和平面 α 平行，那么过平面 α 内一点和直线 l 平行的直线在 α 内.
- E. $a//\alpha, b//\alpha$, 那么 $a//b$.

例 2 已知四棱锥 P-ABCD 的底面 ABCD 是平行四边形，M 是 PC 的中点，在 DM 上取一点 G，过点 G 和 AP 作一平面交平面 BDM 于 GH. 求证：AP//GH.



【平面与平面平行的性质】

定理 如果两个平行平面同时和第三个平面相交，那么它们的交线平行.

几何语言

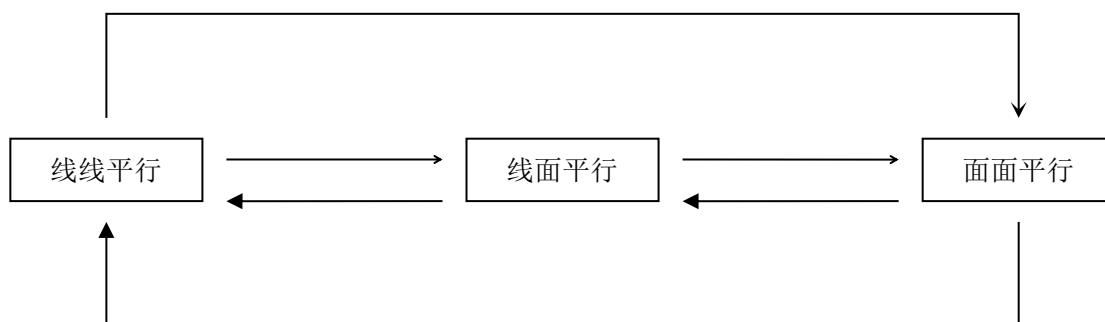
图形语言

$$\left. \begin{array}{l} \alpha // \beta \\ \gamma \cap \alpha = a \\ \gamma \cap \beta = b \end{array} \right\} \Rightarrow a // b$$

例 1 下列说法正确的是 ()

- A. 两个平面平行，其中一个平面内任一条直线必平行另一个平面
- B. 夹在两平行平面之间的平行线段相等
- C. 经过平面外一点有且只有一个平面与已知平面平行
- D. 如果两个平面分别平行第三个平面，那么这两个平面平行
- E. 如果 a, b 是两条直线，且 $a//b$, 那么 a 平行于经过 b 的任何平面

总结：



五. 垂直的判定与性质.

定理 一条直线与一个平面内的两条相交线都垂直, 则该直线与此平面垂直.

几何语言

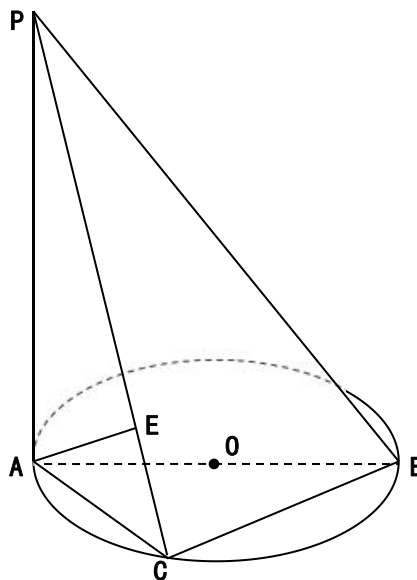
图形语言

注: 相交直线不能换成无数条直线. 任意直线=所有直线 \neq 无数条直线

例 1 下列说法正确的是 ()

- A. 如果直线 l 垂直于平面 α 内一条直线, 则 $l \perp$ 平面 α
- B. 如果直线 l 不垂直平面 α , 则 l 不垂直于平面 α 内任意直线
- C. 如果如果直线 l 垂直于平面 α 内两条不同的直线, 则 $l \perp$ 平面 α
- D. 如果直线 l 垂直于平面 α 内无数条直线, 则 $l \perp$ 平面 α
- E. 如果直线 l 垂直于平面 α 内任意一条直线, 则 $l \perp$ 平面 α
- F. 如果直线 l 不垂直平面 α , 则平面 α 内仍有无数条直线与 l 垂直.
- G. 和一个三角形两边同时垂直的直线也和第三边垂直.

例 2 如图, 已知 PA 垂直 $\odot O$ 所在平面, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上任意一点 (已于 A 、 B), 过点 A 作 $PC \perp$ 于点 E , 求证: $AE \perp$ 面 PBC .

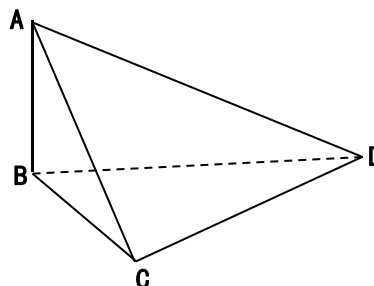


定理 一个平面过另一个平面的垂线, 则这两个平面垂直.

几何语言

图形语言

例 1 如图四面体 $ABCD$, 已知 $AB \perp BD$, $BC \perp CD$, $AB=7$, $BC=24$, $AC=25$. 求证平面 $ABC \perp$ 平面 ADC .



【线面垂直性质】

定理 垂直于同一个平面的两条直线互相平行.

几何语言

图形语言

例 1 设 α 表示平面, a, b 表示直线, 给定下列四个命题:

① $a // \alpha, a \perp b \Rightarrow b \perp \alpha$;

② $a // b, a \perp \alpha \Rightarrow b \perp \alpha$;

③ $a \perp \alpha, a \perp b \Rightarrow b // \alpha$;

④ $a \perp \alpha, b \perp \alpha \Rightarrow a // b$.

其中正确命题的个数为()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【面面垂直的性质】

定理 两个平面垂直, 则一个平面内垂直与交线的直线与另一个平面垂直.

几何语言

图形语言

例 5 如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 四边形 AA_1C_1C 是边长为 4 的菱形且 $\angle ACC_1=60^\circ$, 平面 $AA_1C_1C \perp$ 底面 ABC , $AB=3$, $BC=5$.

(1) 求证: $AB \perp$ 平面 AA_1C_1C ;

(2) 求直线 B_1C 与平面 AA_1C_1C 所成的角的正切值;

(3) 找出二面角 $B-AC-B_1$ 的平面角, 并求出其余弦值.

